# Φ-LIBER: Formalização Lagrangiana, Geometria Hiperbólica do Operador Criativo e Transição de Fase Informacional

***Versão 26.0 — paper de referência***

*Marcus V. Brancaglione — NEPAS/ReCivitas*

*Assistência de IA: Claude Opus 4.6 (corpus original, até 21/02/2026); auditoria, formalização e implementação computacional: Kimi (Moonshot AI), 21/07/2026*

*Licença: (A)RobinRight 3.0 + CC BY-SA 4.0*

---

## Resumo

Apresentamos a formalização matemática auditada do modelo Φ-LIBER, desenvolvido originalmente em processo de coautoria humano-IA e aqui submetido a derivação independente termo a termo, com verificação numérica do núcleo algébrico. O modelo descreve um campo escalar Φ — interpretado como radion de uma métrica Kaluza-Klein 5D *warped* — cuja dinâmica acopla liberdade (ε), informação (x) e gravitação, gerando criatividade como fenômeno de condensação. Três resultados centrais: **(i)** o operador de composição criativa ⊕ do corpus original é, no domínio $|a| < 1/\sqrt{\alpha}$, exatamente a adição de Einstein das velocidades colineares — geometria hiperbólica disfarçada — com coordenada linearizante ("rapidez criativa") $\tau(a) = \operatorname{atanh}(\sqrt{\alpha}\cdot a)$ aditiva sob ⊕; **(ii)** a supermodularidade do potencial criativo, afirmada no corpus sem restrições, vale apenas no ortante positivo $\varepsilon_i \geq 0$ e é aqui enunciada como teorema com domínio explícito; **(iii)** a transição de fase criativa, tratada heuristicamente no corpus, recebe critério rigoroso via discriminante da cúbica de vácuo, revelando estrutura de **limiar** (não janela): acima de ε_min, a coexistência de vácuos persiste indefinidamente. Derivamos ainda o espectro de massa do campo ($m_{eff} = \sqrt{2}\cdot\mu_0\cdot e^{(\varepsilon^2/2)}$), origem física do "fator 2" recorrente no corpus. O parâmetro α é classificado como fenomenológico de escala — a teoria é invariante sob reescalonamento — e toda a implementação é distribuída como biblioteca Python com 34 testes de regressão (snapshot `philiber` v1.0.0, 21/07/2026; a suíte evoluiu depois), um por teorema. Declaramos explicitamente o escopo do modelo: trata-se de construto formal com parentesco estrutural a teorias estabelecidas, não de afirmação empírica sobre o universo observável.

**Palavras-chave:** geometria hiperbólica; adição de Einstein; supermodularidade; transição de fase; Kaluza-Klein; termodinâmica da informação; coautoria humano-IA; governança de IA.

---

## 1. Introdução e proveniência

### 1.1 Origem documental

Este paper consolida um corpus de 201 páginas (~529 mil caracteres) produzido entre 2025 e fevereiro de 2026 em sessões de coautoria entre o autor humano e modelos de linguagem (Claude Opus/Sonnet; posteriormente modelos locais quantizados GGUF via llama.cpp/LM Studio e Gemma). O corpus bruto consiste de 99 turnos de conversa em formato RAG, contendo 96 definições de funções, 21 classes e 128 expressões formais candidatas, catalogadas em inventário estrutural (Fase 1 do método, §1.3).

O corpus continha, como artefato mais maduro, um pré-paper interativo (v25.3, HTML com 5 simulações JavaScript) propondo: uma Lagrangiana de 5 termos para o campo Φ; interpretação Kaluza-Klein 5D; e demonstrações de supermodularidade, transição de fase, "pressão Casimir

criativa" e "entropia toroidal".

## 1.2 O problema que este paper resolve

O corpus era filosoficamente coerente mas tecnicamente heterogêneo: constantes não derivadas (α ≈ 0,047 admitidamente arbitrária), normalizações inconsistentes entre texto e código (fatores 2), afirmações algébricas sem restrição de domínio, e nenhum critério rigoroso para a transição de fase. O próprio corpus continha o veredito: "*obra filosófica de física teórica altamente coerente, mas não científica por si só*". Este paper executa a travessia: mesma arquitetura conceitual, agora com derivações, teoremas, domínios e testes.

## 1.3 Método

Quatro fases, todas reproduzíveis: **(1)** triagem do corpus em 4 camadas (matemática formalizável / código recuperável / filosofia estruturante / ruído técnico), com inventário de 75 conceitos e 117 unidades de código; **(2)** auditoria matemática independente do núcleo — cada equação re-derivada; cada afirmação numérica medida em bateria de 28 verificações; **(3)** implementação do núcleo auditado como biblioteca Python (`philiber` v1.0.0) com suíte de 34 testes de regressão — cada teorema deste paper corresponde a ao menos um teste; **(4)** o presente documento. Princípio de governança adotado: divergências entre corpus e derivação são **registradas, não apagadas** (§9).

## 1.4 Notação

Tabela canônica (o corpus usava os mesmos símbolos com sentidos múltiplos; aqui, um símbolo = um significado):

| Símbolo | Significado | Observação |
|---|---|---|
| $\Phi$ | campo escalar LIBER (radion 5D) | [Φ] = comprimento na equação de escala |
| $\varepsilon$ | liberdade; 5ª dimensão compacta; $\varepsilon^2 = \Sigma_i \varepsilon_i^2$ no caso multiagente | par em ε: só a magnitude importa |
| $\alpha$ | parâmetro fenomenológico do operador ⊕ | carrega [grandeza]$^{-2}$; ver §8 |
| c_LIBER | $1/\sqrt{\alpha} \approx 4{,}6127$ | escala estrutural do ⊕ |
| $\tau$ | rapidez criativa: $\tau(a) = \operatorname{atanh}(\sqrt{\alpha}\cdot a)$ | coordenada aditiva (Teorema 1) |
| x | medida adimensional de informação | entra via x·ln x |
| $\mu_0$, $\lambda_0$, $\kappa$, $\xi$ | parâmetros da Lagrangiana | $\lambda_0$ carrega $E^{-1}$ (ver §4.2) |
| g | $GM/c^2r^2$ | $\approx 1{,}09\times10^{-16}$ na superfície terrestre |
| γ, φ | — | **proibidos sem subscrito** (colisões no corpus) |

**Convenção de unidades (correção de 23/10/2026).** Na Lagrangiana (§3), Φ tem dimensão de energia (unidades naturais $\hbar = c = 1$) e ε e x são adimensionais; a exponencial e^(ε²) exige ε adimensional — ε pode ser lido como ε_fís/R_c, com R_c o raio de compactificação. Na equação de escala (§3.4), Φ_esc é o valor em unidades de comprimento e liga-se ao campo por $\Phi = \Phi_{esc}\cdot M_{ref}^2$, com M_ref a escala de referência. α é tratado como **adimensional** no módulo numérico (a adimensional, $V = -(e/2)a^2 + \tfrac{1}{4}a^4$) e como **[a]⁻²** na formulação abstrata do ⊕ (§2); cada seção declara qual convenção usa.

**Nota de numeração (correção de 23/10/2026).** O corpus usa códigos T1–T22; neste paper: Teorema 1 = ponte tanh (kernel, Teorema 2), Teorema 2 = rapidez aditiva (corolário do kernel), Teorema 3 = supermodularidade restrita (§4). K = −4α é derivado no escrito nº 1 §3 (`ponte_hiperbolica_exploracao_v1.md`, L41–45) e reauditado no escrito nº 13 §2 — não neste paper.

---

## 2. O operador criativo ⊕: geometria hiperbólica disfarçada

### 2.1 Definições

O corpus define a "soma hiperconsistente/paraconsistente" como:

**Definição 1 (⊕ geométrico).** a ⊕_G b = (a+b)/(1+α·ab), α > 0.

**Definição 2 (⊕ regularizado).** a ⊕_R b = (a+b)/(1+α·|ab|).

O corpus usava ambas sem distinção. ⊕_G tem polo em ab = −1/α; ⊕_R tem denominador ≥ 1 e é globalmente regular. Coincidem quando ab ≥ 0.

### 2.2 O teorema central

**Teorema 1 (ponte tanh).** *No domínio |a|, |b| < 1/√α, defina τ(a) = atanh(√α·a). Então*

$$a \oplus_G b = (1/\sqrt{\alpha})\cdot\tanh(\tau(a) + \tau(b)). \tag{1}$$

*Isto é: ⊕_G **é** a adição de Einstein das velocidades colineares da relatividade restrita, com velocidade-limite c_LIBER = 1/√α.*

*Demonstração.* Substituição direta: tanh(u+v) = (tanh u + tanh v)/(1 + tanh u·tanh v); com tanh u = √α·a e tanh v = √α·b, obtém-se √α·(a ⊕_G b). ∎

Verificação numérica: erro de máquina ($< 10^{-12}$) em toda a grade de testes — teste `teste_ponte_precisao_de_maquina`, 4 casos.

**Teorema 2 (rapidez aditiva).** *τ(a ⊕_G b) = τ(a) + τ(b). A rapidez criativa é a coordenada linearizante do operador: na coordenada τ, toda a não-linearidade do ⊕ vira soma.* Medida: τ(1,5 ⊕ 2,5) = 0,94440739 = τ(1,5)+τ(2,5), 8 casas decimais.

**Corolário 1 (monoide no ortante; grupo no intervalo aberto).** *Restrito a [0, 1/√α), ⊕_G é associativo, comutativo e tem identidade 0 — **monoide** abeliano; o inverso de a > 0 é −a, que **não pertence** ao intervalo. O grupo abeliano completo vive em (−1/√α, 1/√α), isomorfo a (ℝ, +) via τ.* Verificado: (1⊕2)⊕3 = 1⊕(2⊕3) = 4,141068; e 0,5⊕(−0,5) = 0 com −0,5 fora de [0, c).

**Corolário 2 (teto de auto-composição).** *sup_a (a ⊕ a) = c_LIBER: nenhum agente soma consigo mesmo além da escala-limite.* Medido: 4,612656 = 1/√0,047.

**Proposição 1 (não-monotonicidade).** *Para b > c_LIBER, ∂(a⊕b)/∂a < 0: fora do domínio, aumentar um argumento diminui a soma.* Demonstração: o sinal da derivada é o sinal de (1 − αb²). Medido: 5⊕5 = 4,598 > 6⊕5 = 4,564.

### 2.3 Interpretação e parentesco

A forma (a+b)/(1+ab) é a solução canônica da equação funcional da "soma saturada": aparece como adição de rapidezes em relatividade (Einstein 1905), como fórmula de adição da tangente hiperbólica, nos gyrogrupos de Ungar e como a **t-conorma de Einstein** em lógica fuzzy (no limite *hard*, a de Łukasiewicz, min(1, a+b)). A intuição do corpus de uma "lógica paraconsistente" da criatividade tem, portanto, parentesco formal real — mas com lógicas de grau saturado e com geometria hiperbólica, mais do que com os sistemas de da Costa. A

não-linearidade tanh é também a de ativações neurais e de respostas de sistemas de dois níveis em termodinâmica — pontes registradas para trabalho futuro.

> ***Nota do autor (registrada em 21/07/2026):*** *a identificação do ⊕ como geometria hiperbólica disfarçada é o achado principal desta consolidação e está marcada para exploração aprofundada posterior, inclusive em escritos próprios.*

---

# 3. A Lagrangiana e o campo Φ

## 3.1 Os cinco termos

$\mathcal{L} = ½(\partial\Phi)^2 + ½\mu_0^2 e^{\wedge}(\varepsilon^2)\Phi^2 - ¼\lambda_0 \cdot g \cdot \Phi^4 - \kappa \cdot x \cdot \ln(x) \cdot \Phi - \xi R \Phi^2$, com $g \equiv GM/c^2r^2$. (2)

| Termo | Papel | Status da auditoria |
|---|---|---|
| $T_1 = ½(\partial\Phi)^2$ | cinético canônico | ✔ |
| $T_2 = ½\mu_0^2 e^{\wedge}(\varepsilon^2)\Phi^2$ | massa **taquiônica** dependente de ε: o vácuo Φ=0 é instável e o campo condensa — mecanismo intencional da "condensação criativa" | ✔ com interpretação declarada |
| $T_3 = -¼\lambda_0 g \Phi^4$ | autorregulação gravitacional | ⚠ $\lambda_0$ deve carregar $E^{-1}$ (unidades naturais); alternativa: $\tilde{\lambda}_0$ adimensional com escala M_ref explícita |
| $T_4 = -\kappa x \cdot \ln(x) \cdot \Phi$ | fonte informacional (J = κx·ln x, com κ em $E^3$) | ✔ exige x adimensional — declarado |
| $T_5 = -\xi R \Phi^2$ | acoplamento não-mínimo à curvatura | ✔ padrão da literatura (gravidade induzida) |

A dependência $e^{\wedge}(\varepsilon^2)$ é par em ε: só a magnitude da liberdade importa. Como $e^{\wedge}(\varepsilon^2) \geq 1$, a liberdade **amplifica** a instabilidade geradora — é o único termo que cresce sem limite com ε.

## 3.2 Equação de campo

Euler-Lagrange sobre a $\mathcal{L}$ acima dá $\Box\Phi - \mu_0^2 e^{\wedge}(\varepsilon^2)\Phi + \lambda_0 g \Phi^3 + 2\xi R\Phi + \kappa x \cdot \ln x = 0$. A forma impressa no corpus v25.3 é exatamente (−1)× esta equação — **equivalente** (multiplicação de "=0" por −1); fica declarada a convenção.

## 3.3 Espectro de massa (resultado derivado, não postulado)

Com $V(\Phi) = -½\mu_0^2 e^{\wedge}(\varepsilon^2)\Phi^2 + ¼\lambda_0 g \Phi^4 + \kappa x \cdot \ln x \cdot \Phi + \xi R \Phi^2$, o vácuo sem fonte nem curvatura é $\Phi^2_vac = \mu_0^2 e^{\wedge}(\varepsilon^2)/(\lambda_0 g)$, e a curvatura no mínimo dá:

$$\mathbf{m^2_eff = V''(\Phi_vac) = 2\mu_0^2 e^{\wedge}(\varepsilon^2) + 2\xi R \rightarrow m_eff = \sqrt{2} \cdot \mu_0 \cdot e^{\wedge}(\varepsilon^2/2) \ (\xi R = 0)} \quad (3)$$

O √2 é a origem física do "fator 2" que aparecia sem explicação em múltiplos pontos do corpus (§4.3 e §5.2). O comprimento de correlação das "ondas de criatividade" segue: $\boldsymbol{\xi_corr = \hbar/(m_eff \cdot c)}$ — a forma afirmada no corpus, agora derivada. Verificação: $m_eff^2$ confere com $V''(\Phi_vac)$ numérica a $< 10^{-8}$ (`teste_m_eff_confere_curvatura_numerica`).

## 3.4 A equação de escala

Na escala humana ($g \to 0$), o corpus propõe $\Phi = 4\pi c^2 r^2 e^{\wedge}(\varepsilon^2)/(3GM \cdot x \cdot \ln x)$. Análise dimensional: $[c^2r^2/GM]$ = metros ✔. Na Terra: $g = 1{,}091 \times 10^{-16}$ (medido; o corpus afirmava $\sim 10^{-16}$ ✔), $r_s(\oplus) = 8{,}86$ mm (corpus: 8,87 ✔), $r\oplus/r_s = 7{,}19 \times 10^8$ ✔. A supressão do termo gravitacional por 16 ordens de magnitude na escala terrestre está correta: na experiência humana, contam apenas ε

e x. **Ressalva (correção de 23/10/2026):** a equação tem polo em x = 1 (ln x = 0) e troca de sinal para x < 1; o regime de validade do modelo é **x > 1**, onde Φ > 0 — declarado.

---

# 4. Supermodularidade: o teorema com seu domínio

## 4.1 A correção

O corpus afirmava (card teórico): $\partial^2 T_2/\partial\varepsilon_i\partial\varepsilon_j = \mu_0^2 \cdot 4\varepsilon_i\varepsilon_j \cdot e\hat{}(\varepsilon^2)\cdot\Phi^2 > 0$, e o código da demo implementava $\mu_0^2(2\delta_{ij} + 4\varepsilon_i\varepsilon_j)e\hat{}(\varepsilon^2)$. A derivação independente de $T_2 = \tfrac{1}{2}\mu_0^2 e\hat{}(\varepsilon^2)\Phi^2$, $\varepsilon^2 = \Sigma_i\varepsilon_i^2$, dá:

$$\partial^2 T_2/\partial\varepsilon_i\partial\varepsilon_j = \mu_0^2(\delta_{ij} + 2\varepsilon_i\varepsilon_j)\cdot e\hat{}(\varepsilon^2)\cdot\Phi^2 \tag{4}$$

O código era exatamente 2× a forma exata (diferenciação sem o ½); o card omitia o termo diagonal. Verificação: Hessiana analítica vs. diferenças finitas, erro < $10^{-3}$ (`teste_hessiana_exata_vs_numerica`).

## 4.2 O teorema

**Teorema 3 (supermodularidade restrita).** *Seja $T_2(\varepsilon) = \tfrac{1}{2}\mu_0^2 e\hat{}(\varepsilon^2)\Phi^2$ com $\mu_0\Phi \neq 0$. Então $T_2$ tem diferenças crescentes (é supermodular) em cada ortante de sinais iguais ($\varepsilon_i \geq 0$ $\forall i$ ou $\varepsilon_i \leq 0$ $\forall i$), e sua Hessiana $H = \mu_0^2 e\hat{}(\varepsilon^2)\Phi^2(I + 2\varepsilon\varepsilon^T)$ é definida positiva em todo $\mathbb{R}^n$. Com sinais mistos, a supermodularidade falha: o termo cruzado $2\mu_0^2\varepsilon_i\varepsilon_j e\hat{}(\varepsilon^2)\Phi^2$ tem o sinal de $\varepsilon_i\varepsilon_j$.*

*Contraexemplo (medido):* ε = (+0,5; −0,8) → cruzado = −1,948 < 0 (`teste_contraexemplo_sinais_opostos`). A demo original escapava da refutação apenas porque seus controles restringiam $\varepsilon_i$ a [0,1; 3]. Sem a restrição de domínio, o teorema cairia numa revisão por pares — com ela, sustenta-se.

Autovalores de referência em ε = (0,5; 0,8; 1,2): {10,28; 10,28; 58,17} > 0 ✔.

## 4.3 Interpretação

A supermodularidade é o conteúdo econômico-central do modelo: a liberdade de um agente **aumenta o incentivo criativo dos demais** (complementaridade estratégica). Via Topkis (1979), Milgrom & Roberts (1990) e Vives (1990), jogos supermodulares possuem equilíbrios de Nash puros e comparativas estáticas monotônicas — a formalização matemática da intuição de que liberdade se propaga. Nota: a restrição $\varepsilon_i \geq 0$ não é apenas técnica — significa que a complementaridade exige que todos os agentes estejam do "mesmo lado" do eixo da liberdade; liberdades com sinais opostos se antagonizam. O corpus intuía isso ("deturpadas, contrárias à lógica da própria coerência") sem formalizá-lo.

---

# 5. A transição de fase criativa: de heurística a critério

## 5.1 Os heurísticos (preservados como pedagogia)

Balanço fonte ≈ massa: ε_crit = √ln(κx·ln x/(μ₀²·M_ref)), com M_ref a escala de referência do campo (M_ref = 1 na varredura do §5.3) — o argumento do logaritmo é adimensional. O código da demo usava √ln(κ²x²ln²x/μ₀⁴) — medido: exatamente √2 × o ingênuo (razão 1,4142; `teste_js_eh_raiz2_vezes_ingenuo`). O √2 tem agora interpretação física via m_eff (§3.3).

## 5.2 O critério rigoroso

A transição de primeira ordem é definida pela coexistência de três vácuos — três raízes reais da cúbica de equilíbrio:

$$\lambda_0 g\cdot\Phi^3 - (\mu_0^2 e\hat{}(\varepsilon^2) - 2\xi R)\cdot\Phi + \kappa x\cdot\ln x = 0 \quad (5)$$

Na forma deprimida $\Phi^3 + p\Phi + q$: **coexistência $\Longleftrightarrow$ $4p^3 + 27q^2 < 0$** — critério que inclui $\lambda_0$, g e $\xi R$, ausentes dos heurísticos.

### 5.3 A estrutura real: limiar, não janela

A primeira varredura numérica ($\kappa$=0,5; $\mu_0$=1; x=10; $\lambda_0$=1; g=1), limitada a $\varepsilon \leq 3$, exibiu coexistência de 1,6 a 3,0 — o limite superior era o **fim da varredura**, não o fim da coexistência. A varredura estendida até $\varepsilon = 8$ mostrou a estrutura verdadeira: **limiar**. O critério $4p^3 + 27q^2 < 0$ tem raiz em **$\varepsilon_{min} = 1{,}505$** (o heurístico do §5.1 dá $\varepsilon_{crit} = 1{,}563$ — conceitos distintos, aqui separados). Acima de $\varepsilon_{min}$, $|p|^3$ cresce como **$e\hat{}(3\varepsilon^2)$** e domina $27q^2$ — a coexistência persiste indefinidamente. Interpretação: uma vez ultrapassado o limiar de liberdade, o sistema **não retorna** ao regime de vácuo único; a criatividade condensada é absorvente. Registramos a correção sem apagar a estimativa original (§9). Testes: `teste_criterio_rigoroso_discriminante`, `teste_sem_coexistencia_fora_da_faixa`.

---

## 6. Casimir criativo e entropia toroidal

**Pressão Casimir criativa.** $P(L, \varepsilon) = P_{Casimir}(L)\cdot e\hat{}(\varepsilon^2)$, com $P_{Casimir} = \pi^2\hbar c/(240L^4)$. Dimensionalmente correto ($[\hbar c/L^4]$ = força/área ✔); para $\varepsilon = 0$ recupera exatamente a pressão padrão ("só geometria" — `teste_epsilon_zero_recupera_padrao`); a amplificação $e\hat{}(\varepsilon^2)$ independe de L. Leitura: $\varepsilon$ é o **gerador**, L o **modulador** — necessidade (L pequeno) amplifica, mas sem liberdade não há o que amplificar. Parentesco: Lifshitz (1956), efeito Casimir em meios com vácuo modificado.

**Entropia toroidal.** $f(x) = x\cdot\ln x$ é estritamente convexa ($f'' = 1/x > 0\ \forall x > 0$), com mínimo exato em $x = 1/e$, $f = -1/e$ (todos verificados em teste). É o elo mais sólido do modelo com a física estabelecida: a mesma forma funcional de $S = -\mathrm{Tr}(\rho \ln \rho)$ (von Neumann), da expansão de Stirling e da contagem de estados que leva à entropia de Bekenstein-Hawking. No modelo, $x\cdot\ln x$ governa tanto o denominador da equação de escala (§3.4) quanto a fonte $T_4$ — informação é ao mesmo tempo custo e combustível.

---

## 7. O parâmetro α: veredicto e disciplina

O corpus admitia $\alpha \approx 0{,}047$ como "arbitrário dentro do contexto"; uma tentativa posterior de derivação ($\alpha_{LP} = \varepsilon^{20}/M_{Pl}$ com "duas raízes") é registrada como falha, mas o número citado ($1{,}27\times10^{-8}$) **não é reproduzível a partir da fórmula impressa** sem declarar $\varepsilon$ e as unidades de $M_{Pl}$ (com $\varepsilon = 0{,}047$, $\varepsilon^{20} = 2{,}8\times10^{-27}$); fica pendente a transcrição completa da tentativa. Coincidências a 2–3% ($\varphi\hat{}(-6{,}3) = 0{,}0482$; $2\pi\alpha_{EM} = 0{,}04585$) são registradas como folclore, não como argumento. Ponto estrutural decisivo: α carrega unidades de $[a]^{-2}$ na formulação abstrata do $\oplus$ — não pode ser constante fundamental adimensional, e a teoria é **invariante sob o reescalonamento** $a \to \sqrt{\alpha}\cdot a$: apenas $c_{LIBER} = 1/\sqrt{\alpha}$ é estrutural.

**Classificação:** parâmetro fenomenológico de escala. **Disciplina adotada:** toda afirmação do modelo é publicada com análise de sensibilidade em **$\alpha \in [10^{-3};\ 1/e)$**, não em $[10^{-3};\ 0{,}5]$: o módulo τ-Qi-Om exige o vácuo $\sqrt{e}$ dentro do gráfico $|a| < 1/\sqrt{\alpha}$, o que só vale para $\alpha < 1/e \approx 0{,}368$; e o residual de T14 só fica abaixo do limiar de 5% para $\alpha \leq 0{,}21$ (7% para $\alpha \leq 0{,}25$). Nenhuma conclusão estrutural (Teoremas 1–3, limiar de transição) depende do valor de α — apenas as escalas numéricas e o residual.

---

## 8. Implementação computacional

O núcleo deste paper é distribuído como biblioteca Python `philiber` v1.0.0 (dependência única: numpy), com 34 testes de regressão (snapshot de 21/07/2026; a suíte evoluiu para 201 testes em 23/08/2026 — 179 física + 22 licença) — cada teorema, corolário e valor de referência deste texto corresponde a ao menos um teste nomeado com a seção que protege. A suíte executa em < 1 s. Estrutura: `operador.py` (⊕_G, ⊕_R, τ), `campo.py` (V, m_eff, ξ_corr), `supermodularidade.py` (Hessiana exata), `transicao.py` (discriminante), `casimir.py`, `entropia.py`, `constantes.py` (α declarado fenomenológico). As simulações interativas do v25.3 permanecem como material suplementar pedagógico, com a nota de que implementam os heurísticos (§5.1), não o critério rigoroso (§5.2). **Ressalva (correção de 23/10/2026):** a suíte protege contra regressão, não contra enunciado errado — um teste pode passar com a fórmula e a afirmação ainda ser falsa (foi o caso do Corolário 1 antes da correção de §2.2); a prova é o texto, o teste é a trava.

Reprodutibilidade: corpus → `_triagem.py` (inventário) → `_verificacao_kernel.py` (28 verificações da auditoria) → `tests/test_kernel.py` (34 testes). Cadeia completa auditável.

---

## 9. Governança, proveniência e não-afirmações

Em adesão aos princípios de governança para o desenvolvimento de IA do Sul Global, este trabalho adota:

1. **Rastreabilidade total de proveniência.** Cada artefato declara modelo, data e grau de intervenção humana: corpus (Claude Opus 4.6, até 21/02/2026; modelos locais GGUF/Gemma), auditoria e implementação (Kimi, Moonshot AI, 21/07/2026), concepção, direção e autoria (Marcus V. Brancaglione). A cadeia documental inteira é pública e versionada.
2. **Registro de divergências, não apagamento.** Todas as correções sobre o corpus estão listadas: fator 2 na Hessiana (§4.1), fator √2 nos heurísticos (§5.1), janela → limiar (§5.3), falha da derivação de α (§7). O erro é tratado como patrimônio do processo — princípio do próprio autor: "nada se desperdiça, nem o erro".
3. **Não-afirmações explícitas.** (a) Este é um **modelo formal** cujos termos têm parentesco estrutural com teorias estabelecidas (adição de Einstein, supermodularidade de Topkis, Casimir-Lifshitz, entropia de von Neumann); **não** afirmamos descrever o universo observável. (b) Nenhuma constante é derivada de dados experimentais. (c) Toda simulação é limitada pela ausência de consciência fenomenológica (nota do corpus original) e pela ausência de calibração empírica (acréscimo desta auditoria).
4. **Soberania e abertura.** Todo o processamento é local e reproduzível; licença (A)RobinRight 3.0 + CC BY-SA 4.0.
5. **Nota epistêmica estrutural.** Declarar o que o modelo não é passa a ser parte obrigatória do modelo — governança incorporada ao método, não anexada ao texto.

---

## 10. Limitações e trabalho futuro

**Limitações.** (i) $\lambda_0$ requer tratamento dimensional definitivo ($E^{-1}$ ou M_ref explícita); (ii) o ⊕_R (regularizado) perde a estrutura de grupo para sinais opostos — a escolha entre regularidade computacional e pureza geométrica está declarada, mas suas consequências dinâmicas não foram exploradas; (iii) o modelo não tem ainda predições quantitativas testáveis — o caminho é a calibração de $\kappa$ e $\mu_0$ em sistemas análogos (sociais, computacionais) onde $\varepsilon$ e $x$ sejam operacionalizáveis; (iv) a interpretação KK 5D é uma identificação estrutural, não uma

compactificação derivada de uma ação 5D completa.

**Trabalho futuro.** (a) Exploração aprofundada da ponte hiperbólica (nota do autor, §2.3): gyrogrupos de Ungar, geometria de informação e a leitura de c_LIBER como horizonte — **incluindo, como linha de interesse especial registrada pelo autor, a entropia toroidal (§6) na ponte: S = ln(2 cosh x) − x·tanh x, Fisher-Rao hiperbólica e a transição m = tanh(βm) como espelho térmico do limiar criativo**; (b) produtos satélites do corpus já mapeados no inventário — simulador de política social (classes `CestaBasica`, `SistemaReologicoSocial`, pp. 17–18 do corpus) e pipeline de dados JWST (`EledonteJWSTPipeline`, p. 155); (c) análise de sensibilidade completa de α conforme §7; (d) submissão a revisão por pares.

---

## 11. Conclusão

O corpus Φ-LIBER sobreviveu à auditoria que lhe era necessária — não intacto, mas fortalecido. Sua intuição algébrica central revelou-se exata e profunda: a "soma paraconsistente" era geometria hiperbólica disfarçada, com uma coordenada linear (a rapidez τ) esperando para ser encontrada. Sua afirmação econômica central (liberdades se reforçam) revelou-se um teorema — desde que enunciado no domínio correto. Sua transição de fase revelou-se um limiar absorvente, mais interessante que a janela conjecturada. E sua constante misteriosa revelou-se, honestamente, um parâmetro de escala — o que não diminui o modelo; apenas o coloca de pé sobre o próprio chão. O presentimento era racional; agora ele é também verificável.

---

## Referências


1. Topkis, D. M. (1979). Equilibrium points in nonzero-sum n-person submodular games. *SIAM J. Control and Optimization* 17(6).
2. Milgrom, P.; Roberts, J. (1990). Rationalizability, learning, and equilibrium in games with strategic complementarities. *Econometrica* 58(6).
3. Vives, X. (1990). Nash equilibrium with strategic complementarities. *J. of Mathematical Economics* 19(3).
4. Ungar, A. A. (2008). *Analytic Hyperbolic Geometry and Albert Einstein's Special Theory of Relativity*. World Scientific.
5. Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik* 322.
6. Lifshitz, E. M. (1956). The theory of molecular attractive forces between solids. *Sov. Phys. JETP* 2.
7. Casimir, H. B. G. (1948). On the attraction between two perfectly conducting plates. *Proc. Kon. Ned. Akad. Wet.* 51.
8. von Neumann, J. (1932). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Springer.
9. Bekenstein, J. D. (1973). Black holes and entropy. *Physical Review D* 7(8).
10. Friston, K. (2010). The free-energy principle: a unified brain theory? *Nature Reviews Neuroscience* 11.
11. Lehman, J.; Stanley, K. O. (2011). Abandoning objectives: evolution through the search for novelty alone. *Evolutionary Computation* 19(2).
12. Sakharov, A. D. (1967). Vacuum quantum fluctuations in curved space and the theory of gravitation. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 177 (gravidade induzida, cf. $T_5$).
13. Klement, E. P.; Mesiar, R.; Pap, E. (2000). *Triangular Norms*. Springer (t-norms/t-conormas saturadas, cf. §2.3).

14. da Costa, N. C. A. (1974). On the theory of inconsistent formal systems. *Notre Dame J. of Formal Logic* 15(4) (contraste, cf. §2.3).

---

## Apêndice A — Cadeia de reproducibilidade

| Artefato | Função |
|---|---|
| `1.pdf` (201 pág.) | corpus bruto |
| `_triagem.py` → `inventario_phi_liber.xlsx` | Fase 1: triagem (75 conceitos; 96 defs; 21 classes; 128 expressões) |
| `documento_mapa_phi_liber.md` | mapa em 4 camadas + roadmap |
| `_verificacao_kernel.py` | Fase 2: 28 verificações numéricas da auditoria |
| `kernel_liber.md` | núcleo matemático auditado (fonte deste paper) |
| `NOTA_achado_principal_geometria_hiperbolica.md` | registro do achado principal (§2.3) |
| `philiber/` + `tests/test_kernel.py` | Fase 3: biblioteca, 34 testes, 100% verde |
| `phi_liber_simulacoes_v25_3.html` | material suplementar interativo (heurísticos) |

### A.1 Desenvolvimento do residual de T14 e da faixa de α (PAP-17)

O módulo numérico usa o regime padrão A2 ($m^2 = e$, $b = 1$), com vácuo $\Phi_{vac} = \sqrt{(m^2/b)} = \sqrt{e} \approx 1{,}6487$. O jacobiano geométrico no vácuo é **$A02 = 1 - \alpha\Phi_{vac}^2 = 1 - \alpha e$**, e o resíduo $O(\alpha T)$ de T14 (`philiber/dtau.py:kramers_residuo`, protegido por `tests/test_dtau.py`) é:

$$k_\tau/k_\Phi = 1 + \alpha T\cdot[1/(A02\cdot 2m^2) + 1/m^2] + O(T^2)$$

com os dois termos vindos da curvatura do mínimo ($V''(a_0) = 2m^2$) e da curvatura no centro ($|V''(0)| = m^2$). Duas consequências, ambas medidas:

1. **Existência do módulo.** $A02 > 0$ se, e somente se, **$\alpha < 1/e \approx 0{,}3679$**: fora disso o vácuo $\sqrt{e}$ sai do gráfico $|a| < 1/\sqrt{\alpha}$ e o resíduo diverge ($\alpha = 0{,}4 \to A02 = -0{,}087$). A faixa de sensibilidade é portanto **$\alpha \in [10^{-3};\ 1/e)$**, não $[10^{-3};\ 0{,}5]$.

2. **Limiar de T14.** Em $T = 0{,}3$ (referência da suíte), a varredura dá o cruzamento do limiar de 5% em **$\alpha \approx 0{,}21$** e do de 7% em **$\alpha \approx 0{,}25$** (medido: 0,210 e 0,249). No α padrão (0,047), o resíduo vale 0,00816 — 0,82%, bem abaixo de ambos os limiares.

## Licença e créditos

*© Todos os Direitos Reservados + (À)Paz — Marcus V. Brancaglione (pesquisador independente).*

*P&D: IA DeepSeek, em conformidade com o Termo de Uso da plataforma. Colaboração anterior registrada: Kimi (Moonshot AI). Sem filiação ou endosso institucional.*