

A Ponte Hiperbólica IX — D_τ sob Potencial

A entropia geométrica da coordenada, e o cancelamento que prova a completude do referencial de rapidez

Série Φ -LIBER · Escrito de pesquisa nº 9 (O3 — fechamento da tríade) · 27/07/2026

Marcus V. Brancaglione · Exploração e verificação: Kimi (Moonshot AI)

Licença: © Todos os Direitos Reservados + (À)Paz — Marcus V. Brancaglione

Método: derivação analítica (Itô + Gibbs) + simulação Euler-Maruyama com sementes fixas (philiber/dtau.py, 7 testes). Suíte total: **123 verdes**. Base: C3/P3 (nº 5), T9-T12 (nº 7-8), Doc v26 nº 002, §5.

1. A pergunta deste escrito

O3 era o último fio: C3 mediu a difusão no espaço de rapidez, $D_\tau(a) = T/(1-\alpha a^2)^2$, em **passeio livre** — sem o potencial que define a teoria. A pergunta honesta: o que a geometria faz quando o passeio é *confinado* pelo potencial LIBER completo? Resposta curta: ela cobra um pedágio exato — e depois o devolve, com troco conferido. As duas operações são os Teoremas 13 e 14.

2. Teorema 13 — O potencial entrópico da coordenada

Enunciado. A distribuição estacionária da dinâmica A6, expressa na coordenada de rapidez τ (A4), não é $e^{-V/T}$: é

$P_{eq}(\tau) \propto e^{-V(a(\tau))/T} \cdot (1 - \alpha a^2) \equiv e^{-F(\tau)/T}$, com $F(\tau) = V(a(\tau)) - T \cdot \ln(1 - \alpha a^2)$.

Prova (mudança de variável na medida de Gibbs): P_{eq} em Φ é $\propto e^{-V(\Phi)/T}$ (Gibbs, T7). Com $P(\tau)d\tau = P(a)da$ e $da/d\tau = 1 - \alpha a^2$ (A4), segue $P(\tau) = P(a) \cdot (1 - \alpha a^2)$. □ (Ancoragem editorial, 17/08/2026: a operação desta prova é a **lei do estatístico inconsciente — LOTUS** — aplicada à medida estacionária: esperanças sob a coordenada nova computam-se com a medida velha e o Jacobiano. Ref. 47.)

O termo $-T \cdot \ln(1 - \alpha a^2)$ é a entropia geométrica da coordenada: nulo no centro ($a = 0$ — o sela não se move), crescente em direção ao horizonte (onde o Jacobiano colapsa). A geometria "encarece" a vizinhança do horizonte — o mesmo efeito que T10 viu pelo lado da pureza, agora pelo lado da estatística.

P8 (medido): simulação estacionária ($T = 0,3 = 0,162 \cdot \Delta V$; 4.000 caminhantes, 2×10^5 passos, semente 7, 8×10^6 amostras), histograma em 44 bins de rapidez, 26 povoados:

predição	desvio máx	desvio rms
com Jacobiano (T13)	4,0%	1,4%
sem Jacobiano (ingênua)	10,3%	5,6%

O fator geométrico é **obrigatório**: omiti-lo quadruplica o erro. A entropia da coordenada é mensurável — e foi medida.

3. Teorema 14 — O cancelamento de Kramers (completude do referencial)

Enunciado. A taxa de escape do poço, descrita no referencial de rapidez, é a mesma do referencial plano até $O(\alpha T)$:

$$k_{\tau}/k_{\Phi} = 1 + \alpha T \cdot [1/((1-\alpha a_0^2) \cdot V''(a_0)) + 1/|V''(0)|] + O(T^2) = 1 + 0,0272 \cdot T$$

Prova (duas correções que se anulam): no referencial de rapidez, a fórmula de Kramers com difusão posição-dependente (D no sela) combina:

- **(i) barreira entrópica reduzida:** $\Delta F = \Delta V - T \cdot \ln(1/(1-\alpha a_0^2))$ — o poço fica mais raso em F — prefator $e^{\{+\ln(1/(1-\alpha a_0^2))\}} = (1-\alpha a_0^2)^{-1}$;
- **(ii) curvatura do mínimo reduzida:** $F''(\tau_{\min}) = (1-\alpha a_0^2)[(1-\alpha a_0^2)V''(a_0) + 2\alpha T] \approx (1-\alpha a_0^2)^2 V''(a_0)$ a $O(T^0)$ — prefator **(1- αa_0^2)**.

O produto (i)×(ii) é **exatamente 1** em ordem líder — identidade algébrica, não ajuste. O resíduo vem dos termos $2\alpha T$ nas curvaturas: $0,0272 \cdot T$ com os parâmetros padrão ($V''(a_0) = 2e$, $|V''(0)| = e$). □

Leitura: o referencial de rapidez é **completo** — geometria da difusão (C3) + entropia da coordenada (T13) contam juntas a mesma física do referencial plano. Nenhum termo fica "perdido na tradução": o que a geometria cobra na barreira, devolve na curvatura. Em $T = 0,3$ o resíduo predito é 0,82% — **abaixo do limiar de medida da bateria atual**; fica declarado como predição analítica, não como medida (ver §5).

P9 (medido): D_{τ} sob confinamento, junto ao fundo do poço ($\text{bin } |a| \in [1,55; 1,75]$, $5,07 \times 10^6$ pares, defasagem 0,01): medido 0,3766 vs predito C3 0,3943 — razão **0,955**. A direção do desvio é a esperada: a deriva anticorrelaciona os incrementos em defasagem finita (subestimativa de ~2-5% na janela). C3 sobrevive ao potencial — dentro da tolerância declarada e com o viés explicado.

4. O3 — respondido

A pergunta " D_{τ} com o potencial LIBER completo" tem agora resposta em três camadas: a medida estacionária correta (T13, medida em P8), a difusão que não muda de forma (C3, confirmada em P9), e a prova de que o referencial inteiro é fechado (T14). A tríade O1-O3 dos fios abertos do Documento Fundacional está **completa**: dicionário (nº 7), toro (nº 8), difusão sob potencial (nº 9).

5. Não-afirmações (padrão do projeto)

1. T14 é teorema de **consistência** (os dois referenciais contam a mesma física) — não prediz taxa nova; o resíduo $0,0272 \cdot T$ é predição analítica declarada, abaixo do limiar de medida (~0,8% em $T = 0,3$).
2. A fórmula de Kramers usada é a de barreira aguda (aproximação harmônica) — $\Delta V/T \approx 6$ no regime medido; fora desse regime, $O(T^2)$ não é afirmado.
3. P9 carrega o viés de defasagem finita na direção declarada; não é refutação de C3 nem nova medida de D_{τ} em valor absoluto.
4. A entropia geométrica de T13 é propriedade da *descrição* em coordenadas — a física em Φ é a mesma; o valor do teorema é tornar a descrição em rapidez fechada e mensurável.
5. α permanece fenomenológico; nada sobre o universo observável.

6. O que se abre

- **A aplicação pendente de O2 ganhou os dois ingredientes que faltavam:** com F entrópico (T13) e S_{cil} (T12), a pergunta integral do autor — *quanta entropia produz um ciclo completo ao redor do laço de histerese* — é atacável: o laço (C2) como ciclo no espaço de composição, lido com a medida correta.

- **O5:** a pista do cilindro (volume de Fisher finito por período) + o Jacobiano de T13 = os dois lados da regularização pedida.
- **Ponte bibliográfica (resto de O1):** com T9–T14 provados, a conversa com a literatura (Ungar, Amari, Ruppeiner, Kramers) tem mesa posta — quando o autor quiser.

Referências (acréscimos)

45. Kramers, H. A. (1940). *Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions*. Physica 7, 284 (taxa de escape — T14).
46. Itô, K. (1944). *Stochastic integral*. Proc. Imp. Acad. Tokyo 20 (a correção geométrica — T13).
47. Ross, S. M. (2010). *A First Course in Probability*, 8ª ed. Pearson (lei do estatístico inconsciente, LOTUS — a operação da prova de T13; acréscimo editorial de 17/08/2026, parecer de triagem TaoQiOm Doc. 001).

Reprodutibilidade: philiber/dtau.py + tests/test_dtau.py (7 testes; suíte total: **123 verdes** — philiber v2.3.0). *Protocolos:* sementes 7 (P8) e 11 (P9); 4.000 caminhantes; $dt = 10^{-3}$; queima de 20.000 passos; todos os valores deste texto reproduzíveis pelos testes.