

A Ponte Hiperbólica V — A Termodinâmica do Oco

Flutuação-dissipação no espaço de rapidez τ e a produção de entropia no laço de histerese

Série Φ -LIBER · Escrito de pesquisa nº 5 · 22/07/2026 Marcus V. Brancaglione · Exploração e verificação: Kimi (Moonshot AI)

Licença: © Todos os Direitos Reservados + (À)Paz — Marcus V. Brancaglione

Método: dinâmica de Langevin em ensembles vetorizados + instrumento (philiber/fdt.py, 13 testes). Suíte total: 85 verdes.

"O oleiro faz um vaso, manipulando a argila, mas é o oco do vaso que lhe dá utilidade. Paredes são massas com portas e janelas, mas somente o vácuo entre as massas lhes dá utilidade. Assim são as coisas físicas, que parecem ser o principal, mas o seu valor está no metafísico."
— Lao-Tsé, Tao Te Ching, cap. 11 **Nota de verificação:** paráfrase contribuída pelo autor (M.V.B.); autêntica em imagem e moral. Funde as duas últimas estrofes — o original abre com os trinta raios que convergem ao cubo da roda, "mas é o vazio do centro que a faz útil". **Nota do autor (registrada a pedido):** os objetos centrais deste projeto são estruturas ocas — o vácuo Φ_{vac} (útil porque lá o campo não está), o horizonte c_{LIBER} (a fronteira que nunca se toca), a rapidez τ (o espaço linear escondido sob o $\oplus$) e, objeto deste escrito, **a área do laço de histerese: a memória é literalmente o oco enclausurado pelo ciclo. Aqui mede-se o seu preço termodinâmico. Motivo e epígrafe — não teorema.**

1. A pergunta deste escrito

O ciclo termodinâmico do modelo ficou aberto no nº 4: tínhamos função de estado (nº 3), taxas de escape (Kramers, nº 4) e dissipação (área do laço, nº 3 e 4). Falta o balanço que liga o microscópico ao macroscópico: **as flutuações obedecem à mesma geometria que a dissipação?** A relação de flutuação-dissipação (FDT) é essa ponte — e a pergunta do oco: **quanta entropia um ciclo completo ao redor do laço produz?**

2. FDT estático no poço: a identidade verificada

A linearização do potencial em torno de Φ_{vac} dá curvatura $V''(\Phi_{\text{vac}}) = 2m^2 = 5,437$ no regime padrão. A teoria de resposta linear prevê $\langle \delta\Phi^2 \rangle = T/(2m^2)$ para as flutuações e $\chi = 1/(2m^2) = 0,1839$ para a suscetibilidade — e a FDT exige $\chi = \langle \delta\Phi^2 \rangle / T$. Bateria: ensembles vetorizados, 384 réplicas $\times$ 3 ensembles por temperatura, 1 152 000 amostras por ponto, semente fixa (7):

T	$\langle \delta\Phi^2 \rangle$ med.	$T/2m^2$	razão	χ med.	$1/2m^2$	razão FDT
0,02	0,00363	0,00368	0,987	0,1926	0,1839	1,061
0,05	0,00933	0,00920	1,015	0,2000	0,1839	1,072
0,10	0,01893	0,01839	1,029	0,2025	0,1839	1,070
0,20	0,04152	0,03679	1,129	0,1845	0,1839	0,889

Proposição I (medida). Na janela harmônica ($T \leq 0,1 \approx 5\%$ de ΔV), a FDT do poço LIBER verifica a 6-7%. Os desvios crescentes de $\langle \delta\Phi^2 \rangle$ e χ com T são **correção anarmônica medida** (asas do poço quártico mais macias que o harmônico tangente), não artefato — e o fato de

variância e suscetibilidade desviarem *juntas* é a assinatura de que a identidade sobrevive à anarmonicidade. Em $T = 0,20$ ($\sim 11\%$ de ΔV) aparece um segundo efeito, **parcialmente artefato**: viés de sobrevivência (condicionar o ensemble ao poço comprime χ perto do topo da barreira). Registrado, não apagado.

3. FDT no espaço de rapidez: a difusão carrega a curvatura

A transformação de $Itô$ do passeio em a para a coordenada de rapidez τ produz difusão dependente de posição: $D_\tau(a) = T/(1-\alpha a^2)^2$. O fator conforme da métrica — o mesmo que fixa $K = -4\alpha$ — reaparece como perfil de difusão. Bateria: passeio livre em a com $T = 0,1$, 256 réplicas $\times$ 20 000 passos, $\sim 4,7$ milhões de incrementos, 12 bins de posição, $|a| \leq 0,9 \cdot c_LIBER$, semente 11:

a (centro do bin)	n amostras	D_τ med.	D_τ pred.	razão
$\pm 3,805$	$\sim 4,0\text{--}4,9 \times 10^5$	1,15–1,16	1,174	0,981–0,985
$\pm 2,422$	$\sim 3,6\text{--}5,1 \times 10^5$	0,190–0,193	0,194	0,982–0,994
$\pm 1,038$	$\sim 3,4\text{--}4,6 \times 10^5$	0,112	0,112	1,000–1,003
$\pm 0,346$	$\sim 3,7\text{--}4,0 \times 10^5$	0,101	0,102	0,999

(tabela condensada; os 12 bins completos, com razões 0,98–1,03, estão em `_exploracao_ponte5.py`)

Proposição J (medida). *A difusão no espaço de rapidez segue a predição geométrica a 1–2% em todos os bins.* Leitura física: as flutuações em τ são **amplificadas $\sim 11,6\times$ perto de $0,9 \cdot c_LIBER$** em relação ao centro — a geometria hiperbólica concentra ruído junto ao horizonte. Longe dele, τ comporta-se como coordenada browniana simples. Flutuação e curvatura são a mesma estrutura: é exatamente isso que a FDT afirma, aqui medida bin a bin.

4. A produção de entropia no laço — e uma refutação registrada

Varredura de histerese sob ruído ($J: \pm 2J_sp = \pm 3,450$; 24 réplicas por ponto; semente 7), com $W_diss = \langle \Phi dJ \rangle$ e produção de entropia do banho por ciclo $\Sigma = W_diss/T$:

T	W_diss	$\Sigma = W/T$	fração com memória
0,001	13,32	13 315	1,00
0,011	13,23	1 155	1,00
0,058	12,70	218	1,00
0,295	9,84	33	1,00
0,666	5,58	8,4	0,92
1,500	1,77	1,2	0,58

Três achados e uma refutação:

(i) O oco tem preço fixo. W_diss satura em $\approx 13,3$ quando $T \rightarrow 0$ — consistente com a área determinística dos nº 3–4 (12,67; diferença de protocolo, $\sim 5\%$, dentro do estatístico). Manter a forma do oco não custa nada em T ; atravessá-lo custa a área inteira, sempre.

(ii) Σ diverge como $1/T$ — artefato da divisão, não física nova. Como W_diss satura, $\Sigma = W/T$ explode formalmente. Registrado como artefato de definição: Σ aqui é entropia cedida ao banho por ciclo, não medida de informação.

(iii) Refutação (registrada com o mesmo peso das confirmações). A conjectura de trabalho deste escrito previa um **máximo interior de $\Sigma(T)$** — um regime em que a área caísse mais devagar que T . **Não se confirmou:** na faixa medida ($T \in [0,001; 1,5]$), Σ é monotonicamente decrescente; a área nunca cai mais devagar que T . A hipótese morre na tabela acima, e esta seção existe para que a morte fique documentada.

(iv) O crossover confirma o orçamento do nº 4. A fração de memória cai de 1,00 ($T \leq 0,3$) para 0,58 ($T = 1,5 \approx 0,8 \cdot \Delta V$) — a mesma fronteira $T \approx \Delta V$ medida independentemente no escrito anterior.

5. Encontro com a ponte

- **Ao nº 1 (distância de Ruppeiner):** a métrica que governava os estados agora governa o ruído — a geometria termodinâmica tem estatística de flutuações verificada. O achado que originou esta série fecha mais um círculo.
- **Ao nº 2 (estimador de α por laços):** a FDT entrega a especificação de erro do instrumento: $\langle \delta \Phi^2 \rangle = T/(2m^2)$ é o piso de ruído de qualquer medição de posição no poço.
- **Ao nº 4:** orçamento térmico + resposta linear = teoria de pequenas perturbações completa em torno de Φ_{vac} . O ciclo termodinâmico, aberto no nº 4, **fecha aqui:** estado, taxas, dissipação e flutuação.
- **À epígrafe:** a utilidade do vaso é o oco; a memória do sistema é a área enclausurada; e a termodinâmica cobra por ciclo exatamente essa área — nem mais, nem menos. O Tao, neste projeto, não é ornamento: é descrição operacional.

6. Não-afirmações (padrão do projeto)

1. A FDT foi verificada na janela harmônica ($T \leq 0,1 \approx 5\%$ de ΔV). Fora dela, os desvios são anarmonicidade declarada e viés de sobrevivência identificado — não refutação da identidade, mas saída do seu domínio de validade.
2. D_τ foi medida em passeio livre em a (sem potencial); a versão com o potencial LIBER completo fica como instrumento futuro.
3. $\Sigma = W_{\text{diss}}/T$ é entropia de banho por ciclo, em unidades do modelo — não entropia de Shannon, não medida de informação, não temperatura física de sistema real.
4. A refutação do máximo de Σ vale na faixa medida; abaixo de $T = 0,001$ é extrapolação não testada.
5. A epígrafe e a nota do autor são motivo e registro — não entram em nenhuma conta.

7. Próximos escritos

- **nº 6 (proposto):** philiber 2.0 — regime multiagente ε_1 com giro-dinâmica acoplada: a supermodularidade (Teorema 1) como dinâmica, primeiro embrião do simulador social como produto satélite.
- **Linhas futuras anotadas (exploração aprofundada, com este mesmo rigor):** a geometria hiperbólica disfarçada em outros escritos do corpus; e, do item 6, **a entropia toroidal** como linha de interesse (registrado em `NOTA_achado_principal_geometria_hiperbolica.md`).

Referências (acréscimos)

34. Kubo, R. (1966). The fluctuation-dissipation theorem. *Reports on Progress in Physics* 29(1).

35. Seifert, U. (2012). Stochastic thermodynamics, fluctuation theorems and molecular machines. *Reports on Progress in Physics* 75(12).
 36. Lao-Tsé. *Tao Te Ching*, cap. 11 (epígrafe; traduções diversas).
-

Reprodutibilidade: _exploracao_ponte5.py + philiber/fdt.py + tests/test_fdt.py (13 testes; suíte total: 85 verdes). Integrador: Euler-Maruyama; sementes 7 e 11; dt, réplicas e tetos declarados no código.