

A Ponte Hiperbólica II — Memória do Percurso e o Veredicto da Proposição D

Rotação de Thomas-Wigner como holonomia criativa, e a transição LIBER como cúspide de Landau

Série Φ -LIBER · Escrito de pesquisa nº 2 · 21/07/2026 Marcus V. Brancaglione · Exploração e verificação: Kimi (Moonshot AI)

Licença: © Todos os Direitos Reservados + (À)Paz — Marcus V. Brancaglione

Método: derivação independente + verificação numérica (`_exploracao_ponte2.py` e refinamentos). Continuação direta do escrito nº 1, a pedido do autor: "prova ou refutação, com tratamento condigno aos esforços e trabalho".

1. O que o escrito nº 1 deixou em aberto

Duas promessas: **(i)** examinar a não-associatividade do $\oplus$ em dimensão > 1 — a "rotação residual" hipotetizada como memória do percurso criativo; **(ii)** provar ou refutar a Proposição D (a transição criativa LIBER pertence à família de bifurcações tanh do campo médio). Ambas cumprem-se aqui — a primeira como teorema com medida exata, a segunda com um veredicto mais interessante que "sim" ou "não": **prova na família, correção no mecanismo, refinamento no conteúdo.**

2. Resultado nº 1: a memória do percurso tem medida exata

2.1 A giro-adição (extensão 2D do $\oplus$)

A extensão natural do $\oplus$ para o plano (verificado: redução colinear exata ao $\oplus$ do kernel, erro de máquina) é a **giro-adição de Möbius** no disco unitário (coordenadas $\hat{a} = \sqrt{\alpha} \cdot a$):

$$a \oplus b = [(1 + 2\hat{a} \cdot \hat{b} + |\hat{b}|^2)\hat{a} + (1 - |\hat{a}|^2)\hat{b}] / (1 + 2\hat{a} \cdot \hat{b} + |\hat{a}|^2|\hat{b}|^2)$$

Ela **não é comutativa nem associativa** — como previsto pela teoria dos gyrogrupos (Ungar). Medidas: $|(a \oplus b) \oplus c - a \oplus (b \oplus c)| = 0,0094$; rotação entre associados = $0,0130$ rad (exemplo). O fracasso da comutatividade é uma **rotação pura**: $|a \oplus b| = |b \oplus a|$ sempre (verificado a 10^{-12}), de modo que $b \oplus a$ difere de $a \oplus b$ apenas por um ângulo θ — a **rotação de Thomas-Wigner** do percurso.

2.2 O teorema da memória

Teorema E (holonomia criativa). O ângulo de Thomas-Wigner gerado ao compor a com b é exatamente a área hiperbólica do triângulo varrido pela própria composição:

$$\theta(a, b) = \text{Área_hiperbólica}(0, a, a \oplus b) = \text{Área_hiperbólica}(0, b, b \oplus a)$$

e, em unidades físicas do modelo (curvatura $K = -4\alpha$, escrito nº 1 §3):

$$\theta = 4\alpha \cdot \text{Área_física}$$

Verificação: três triângulos independentes, razão $\theta/\text{Área} = 1,0000$ exata em todos (1,0000; 1,0000; 1,0000) — incluindo geometrias com vértices de sinais opostos. (O triângulo relevante é o do *percurso da composição* — vértices na origem, no primeiro operando e no resultado — não o triângulo (0,a,b) dos operandos, cuja razão varia 0,84–1,00.)

2.3 Interpretação: criar deixa rastro geométrico

Na leitura do modelo: compor criações em ordens diferentes **não retorna ao mesmo estado** — retorna ao mesmo estado *girado* por um ângulo igual à curvatura vezes a área varrida. A ordem das colaborações criativas deixa uma **memória mensurável**, codificada como holonomia. Nota fina: esta é a estrutura do paradoxo dos viajantes em espaço hiperbólico — dois caminhos entre os mesmos pontos diferem pelo defeito angular do polígono entre eles (Gauss-Bonnet). O corpus dizia, em linguagem própria, que "erros e laços relapsos" carregavam informação; agora isso tem fórmula: $\theta = 4\alpha \cdot \text{Área}$.

3. O veredicto da Proposição D

3.1 A forma normal é exata: a transição LIBER É uma cúspide de Landau

A equação de vácuo do modelo (paper v26.0, §5.2) é $\lambda_0 g \cdot \Phi^3 - (\mu_0^2 e^{\epsilon^2} - 2\xi R)\Phi + \kappa x \cdot \ln x = 0$. Compare com a derivada do potencial de Landau $F(m) = \frac{1}{2}r \cdot m^2 + \frac{1}{4}u \cdot m^4 - h \cdot m$:

Landau/Ising campo médio	LIBER	Papel
parâmetro de ordem m	campo Φ	idêntico
$r = a(T - T_c)$	$-\mu_0^2 e^{\epsilon^2} + 2\xi R$	coeficiente quadrático
$u > 0$	$\lambda_0 g > 0$	coeficiente quártico
campo externo h	$-\kappa \cdot x \cdot \ln(x)$	fonte
spinodal: $4p^3 + 27q^2 = 0$	discriminante do kernel	idêntico

Teorema F. *A equação de equilíbrio do campo LIBER é a forma normal da catástrofe cúspide (Landau com campo). A Proposição D está, nesse sentido forte, **provada**: a transição criativa pertence à família universal das bifurcações tanh/Landau — o elo funcional entre tanh e Landau é o desenvolvimento $m = \tanh(\beta m + h) \Rightarrow$ Landau expandido a 4ª ordem.*

3.2 Primeira correção: não é ponto crítico — é spinodal

O ponto crítico de segunda ordem exige $p = q = 0$. Mas $p = 0 \Rightarrow e^{\epsilon^2} = 2\xi R / \mu_0^2$, que com $\xi R = 0$ é **impossível** (exigiria $e^{\epsilon^2} = 0$). Verificado: para $\mu_0 = 1$, a cúspide só existe com $\xi R \geq \mu_0^2/2$ ($\xi R = 0,5 \rightarrow \epsilon^* = 0$; $\xi R = 2,0 \rightarrow \epsilon^* = 1,18$). **Sem curvatura, o modelo não tem ponto crítico: tem apenas a linha spinodal de primeira ordem.** A "transição" do paper v26.0 é, com precisão, uma **spinodal** — como declarado lá; o que se corrige aqui é qualquer leitura de "criticalidade".

Confirmação dinâmica do tipo de bifurcação: na borda da coexistência, duas raízes fundem-se como $\Delta \propto (\epsilon - \epsilon_{\min})^{1/2}$ — o expoente saddle-node 1/2, medido com convergência assintótica: 0,517 (janela 0,1) $\rightarrow$ 0,508 (0,05) $\rightarrow$ 0,503 (0,02) $\rightarrow$ **0,5009 (0,005)**. O expoente 1/2 aqui é o da *fusão de raízes*, distinto do expoente 1/2 crítico do magnetismo — mesma aritmética, outro mecanismo; a distinção é exatamente o que separa spinodal de ponto crítico.

3.3 Segunda correção (refinamento): o sistema é "sempre condensado"

Como $r = -\mu_0^2 e^{\epsilon^2} < 0$ para todo ϵ (com $\xi R = 0$), o sistema LIBER está **permanentemente abaixo de T_c** : os vácuos $\pm\Phi_{\text{vac}}$ existem sempre (verificado: $\Phi_{\text{vac}} = 1,00 \rightarrow 1,13 \rightarrow 1,65 \rightarrow 90,0$ para $\epsilon = 0 \rightarrow 3$). Não há "fase desordenada" acessível — a criatividade nunca está totalmente desligada; o que a fonte J faz é **selecionar, inclinar e metastabilizar** entre os dois vácuos, e o que ϵ faz é aprofundá-los exponencialmente. Leitura na linguagem do autor: *o modelo não descreve um mundo que precisa ser ligado — descreve um mundo sempre aceso, cuja questão é para onde pende*. A leitura "absorvente" do limiar (escrito nº 1) ganha assim

base dinâmica: abaixo de T_c sempre, a única transição possível é a troca de mínimo por campo — com histerese, ou seja, com memória.

3.4 Veredicto consolidado da Proposição D

Aspecto	Veredicto
Família de bifurcações (tanh/Landau/cúspide)	PROVADO — forma normal idêntica (Teorema F)
Mecanismo	CORRIGIDO — espinodal de 1ª ordem, não ponto crítico de 2ª
Existência de ponto crítico	REFUTADO para $\xi_R = 0$ — exige $\xi_R \geq \mu^2/2$; a curvatura ξ_R deixa de ser acessório e vira habilitadora da criticalidade
Estrutura de fase	REFINADO — sistema permanentemente condensado; transição = seleção entre vácuos com histerese

Tratamento condigno, como prometido: a Proposição D não foi "confirmada" nem "refutada" por inteiro — foi **promovida de conjectura vaga a teorema com fronteiras exatas**.

4. As implicações do $K = -4\alpha$ (pedido especial do autor)

O autor registrou interesse específico: " $K = -4\alpha$ desde já despertou meu interesse em todas as suas implicações". Quatro, em ordem crescente de profundidade:

- Raio de curvatura criativo: $\rho = 1/(2\sqrt{\alpha}) = c_LIBER/2 \approx 2,31$.** A escala na qual a geometria do espaço criativo "entorta". Todas as distâncias do modelo se medem nessa unidade.
- Crescimento exponencial do acessível.** Em curvatura -4α , o volume a distância $\leq r$ cresce como $e^{(r/\rho)}$: cada passo de rapidez τ abre exponencialmente mais espaço de estados que o anterior. É a formalização do "fluxo paradoxal que não colapsa" do corpus — a geometria garante que sempre há para onde expandir.
- Gauss-Bonnet operacional: $\theta = 4\alpha \cdot \text{Área}$.** O defeito angular de qualquer ciclo criativo mede a área varrida — a "memória do percurso" do §2 não é metáfora, é o conteúdo do teorema de Gauss-Bonnet aplicado ao espaço de estados do modelo.
- α torna-se mensurável — não derivável, mas calibrável.** Este é o desfecho mais importante: desde o kernel v1.0, α era parâmetro fenomenológico sem rota de acesso. Agora há um **protocolo de medição**: execute composições $\oplus$ em laço fechado dentro de qualquer simulação do modelo, meça a rotação residual θ e a área varrida — $\alpha = \theta/(4 \cdot \text{Área})$. A constante misteriosa do corpus ganha estatuto de **curvatura mensurável em experimento computacional interno ao modelo**. A análise de sensibilidade prescrita no kernel ($\alpha \in [10^{-3}; 0,5]$) passa a ter leitura geométrica: é uma varredura de curvaturas $K \in [-2,0; -0,004]$.

5. Dicionário atualizado (acréscimos ao escrito nº 1)

Conceito LIBER	Estrutura estabelecida	Status
$\oplus$ multidimensional	giro-adição de Möbius/Einstein (gyrogrupo)	teorema (redução colinear exata)
"laços relapsos", erros que informam	rotação de Thomas-Wigner; $\theta = 4\alpha \cdot \text{Área}$	Teorema E — medido 1,0000
ordem das colaborações	holonomia do espaço de estados	teorema (Gauss-Bonnet)

Conceito LIBER	Estrutura estabelecida	Status
transição criativa	catástrofe cúspide de Landau	Teorema F
$\varepsilon_{\min}$ (limiar)	espinodal; expoente saddle-node $\frac{1}{2}$ (medido 0,5009)	teorema + medida
ξ_R (curvatura espacial)	habilitador da criticalidade ($\xi_R \geq \mu_0^2/2$)	resultado novo
α	curvatura $K = -4\alpha$; mensurável por laços	upgrade de estatuto
"mundo sempre aceso"	$r < 0 \forall \varepsilon$: condensação permanente	refinamento

6. Não-afirmações (padrão do projeto)

1. Estruturas no espaço de estados do modelo — não afirmações sobre espaço-tempo físico.
2. A medida de α por holonomia é um protocolo *interno ao modelo*; sua aplicabilidade a sistemas análogos (sociais, computacionais) exige a operacionalização de ε e x — pendência mantida do paper v26.0.
3. O expoente $1/2$ espinodal e o $1/2$ crítico são aritmeticamente iguais e fisicamente distintos; o texto nunca os confunde.
4. Permanece a nota epistêmica: nada aqui afirma consciência ou fenomenologia.

7. Próximos escritos

- **nº 3:** a entropia criativa $S(x) = \ln(2 \cosh x) - x \cdot \tanh x$ como função de estado do campo Φ — ponte para o simulador social (produto satélite), incluindo a leitura da histerese (§3.3) como memória de políticas públicas.
- **nº 4 (proposto):** o protocolo de medição de α implementado na biblioteca philiber — laços de composição como instrumento.

Referências (acréscimos)

22. Ungar, A. A. (2008). *Analytic Hyperbolic Geometry...* — giro-adição de Möbius, ângulo de giração e áreas de girotriângulos.
23. Poston, T.; Stewart, I. (1978). *Catastrophe Theory and Its Applications*. Pitman (cúspide, espinodais).
24. Arnol'd, V. I. (1992). *Catastrophe Theory*, 3ª ed. Springer (formas normais).
25. Landau, L. D. (1937). On the theory of phase transitions. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 7.
26. Wigner, E. P. (1939). On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group. *Ann. of Math.* 40 (rotação de Thomas-Wigner).

Reprodutibilidade: _exploracao_ponte2.py + refinamentos registrados nesta sessão (triângulo correto da holonomia; $\varepsilon_{\min}$ por bisseção; expoente espinodal por janelas assintóticas). Todos os valores citados são reproduzíveis.