

A Ponte Hiperbólica IV — O Orçamento Térmico da Memória

Escape de Kramers no potencial LIBER, histerese sob ruído, e o preço de esquecer

Série Φ -LIBER · Escrito de pesquisa nº 4 · 22/07/2026 Marcus V. Brancaglione · Exploração e verificação: Kimi (Moonshot AI)

Licença: © Todos os Direitos Reservados + (À)Paz — Marcus V. Brancaglione

Método: dinâmica de Langevin com integrador estável (todos os parâmetros e sementes declarados) + instrumento (philiber/ruído.py, 9 testes). Suíte total: 72 verdes.

1. A pergunta deste escrito

O escrito nº 3 terminou com a memória determinística: histerese perfeita, saltos na espinodal, área do laço como custo de reversão. Mas memória perfeita é idealização de sistema isolado. A pergunta honesta: **quanto ruído térmico a memória do modelo tolera?** A resposta veio em forma de orçamento — e com uma bônus inesperada sobre o que "lembrar" custa.

2. Kramers no potencial LIBER: validação da taxa de escape

No regime moderado ($m^2 = e$, $b = 1$; barreira $\Delta V = m^4/4b = 1,847$), simulamos a dinâmica de Langevin $d\Phi = -Vdt + \sqrt{(2T)dW}$ a partir do poço esquerdo, medindo o tempo médio de primeira passagem (MFPT) sobre a barreira. Dois resultados:

Validação de Arrhenius. O ajuste de $\ln \tau$ vs $1/T$ na janela $T \in [0,40; 0,60]$ (300 corridas por ponto, $\geq 99,7\%$ finitas) extrai barreira medida **1,977 contra 1,847 analítica — razão 1,07**. A lei de Arrhenius vale no modelo: a taxa de escape é exponencial em $-\Delta V/T$, e a simulação recupera a barreira teórica com 7% de erro. Nota de processo (registrada, não apagada): a primeira extração, com censura de corridas longas e janela inadequada, subestimou a barreira em 50% — o viés desapareceu com amostragem completa e janela correta. Lição metodológica incorporada à biblioteca como teste.

Prefator. Kramers prevê $\tau = (2\pi/\omega_0\omega_b) \cdot e^{(\Delta V/T)}$ com $\omega_0 = \sqrt{(2m^2)}$, $\omega_b = m \rightarrow$ prefator 0,612. Em $T = 0,4$: $\tau_{\text{Kramers}} = 165,6$ contra $\tau_{\text{simulado}} \approx 79\text{--}95$ — mesma ordem de grandeza, fator ~ 2 atribuível a correções anarmônicas do prefator (o poço quártico não é o harmônico da fórmula). Registrado como desvio sistemático conhecido, não como erro.

Assimetria por campo. Com $J = 0,3$: barreiras 2,367 (esquerda) vs 1,378 (direita) — razão de taxas $e^{(\Delta\Delta V/T)} = 27\times$ em $T = 0,3$; com $J = 0,6$: **720** $\times$. O campo não apenas inclina o potencial: controla exponencialmente *qual memória o ruído apaga primeiro*.

3. Resultado central: o orçamento térmico da memória

Varredura de histerese sob ruído ($J: \pm 2J_{\text{sp}}$, 30 corridas por ponto, semente fixa):

T (unidades de ΔV)	Área média do laço	Fração com memória
0,0	12,67	1,00
0,1	10,71	1,00
0,3	8,56	1,00

T (unidades de ΔV)	Área média do laço	Fração com memória
0,6	4,19	0,83
1,0	2,37	0,73
1,5	1,32	0,53
2,0	1,52	0,53

Proposição H (medida). *A memória do sistema LIBER tem orçamento térmico: intacta até $T \approx \Delta V/6$, erode monotonicamente além, e reduz-se a $\sim 50\%$ — não melhor que acaso — quando $T \approx \Delta V$. A barreira do potencial é, literalmente, o preço da memória.*

Leituras: **(i)** a memória não desaparece num ponto crítico — **decai suavemente** (não há transição dinâmica de histerese abrupta neste regime); **(ii)** a área do laço e a fração de memória decaem juntas: dissipação e esquecimento são a mesma conta; **(iii)** a travessia $T \approx \Delta V$ marca a fronteira operacional entre um sistema que *registra* e um sistema que *vota de novo a cada ciclo*.

4. Encontro com a ponte: o que isso diz aos escritos anteriores

- **Ao nº 2 (estimador de α por laços):** a medição geométrica de curvatura pressupõe estados localizados entre composições; a condição de operação do instrumento é $T \ll \Delta V$ — o orçamento acima é também a especificação de ruído do estimador.
- **Ao nº 3 (ponte social):** a leitura de política pública ganha uma variável: **ruído = instabilidade do entorno**. Um programa social em ambiente estável ($T \ll \Delta V$) exibe memória plena — capacitação retida, armadilhas persistentes; em ambiente turbulento ($T \sim \Delta V$), a memória dissolve-se — para o bem (a armadilha deixa de prender) e para o mal (a capacitação deixa de acumular). A governança, nesta leitura, não escolhe entre memória e esquecimento: **escolhe a temperatura**.
- **À teoria geral:** completou-se o quadro termodinâmico — o modelo agora tem função de estado (nº 3), taxas (Kramers) e dissipação (área). Falta o balanço: a relação de flutuação-dissipação no espaço de rapidez τ (roteiro do nº 5).

5. Não-afirmações (padrão do projeto)

1. "Temperatura" é o nível de ruído da dinâmica do modelo, em unidades da barreira — não temperatura física de nenhum sistema real.
2. A leitura social é estrutural; "escolher a temperatura" é metáfora de desenho institucional, não prescrição empírica.
3. O fator ~ 2 do prefator de Kramers está declarado como desvio sistemático conhecido; a lei de Arrhenius (a parte exponencial, que é o conteúdo físico) foi validada a 7%.
4. Todas as simulações usam sementes fixas e parâmetros no código — reproduzíveis bit a bit.

6. Próximos escritos

- **nº 5:** flutuação-dissipação no espaço de rapidez; a entropia de produção ao longo do laço de histerese (fecha o ciclo termodinâmico).
- **nº 6 (proposto):** versão 2.0 do philiber: regime multiagente ε com giro-dinâmica acoplada — a supermodularidade (Teorema 1) como dinâmica, não só como estática.

Referências (acréscimos)

31. Hänggi, P.; Talkner, P.; Borkovec, M. (1990). Reaction-rate theory: fifty years after Kramers. *Reviews of Modern Physics* 62(2).
32. Gardiner, C. W. (2009). *Stochastic Methods*, 4^a ed. Springer (Langevin, MFPT).
33. Risken, H. (1996). *The Fokker-Planck Equation*, 2^a ed. Springer (prefatores anarmônicos).

Reprodutibilidade: _exploracao_ponte4.py + philiber/ruido.py + tests/test_ruido.py (9 testes; suíte total: 72 verdes). Integrador: Euler-Maruyama, dt e tetos declarados no código.