

Φ-LIBER — Axiomas, Teoremas e Corolários

Documento fundacional v1.0 — o check-in antes do simulador

Série Φ-LIBER · Documento fundacional · 22/07/2026

Marcus V. Brancaglione — NEPAS/ReCivitas · Formalização e verificação: Kimi (Moonshot AI)

Licença: $\square$ RobinRight 3.0 + CC BY-SA 4.0

Estatuto: pedra angular da arquitetura do simulador. Todo componente da engine DEVE declarar de quais axiomas, teoremas ou proposições depende — e de quais domínios de validade.

Nota de método (resposta à reserva do autor). Este documento separa com bisturi: **axioma** (postulado, não se prova), **teorema** (provado analiticamente), **corolário** (consequência direta), **proposição medida** (verificada numericamente com tolerância declarada), **conjectura refutada** (registrada, não apagada) e **problema aberto**. Pergunta do autor: "temos conjectura sólida que possa ser chamada de teorema?" — Resposta: temos melhor. Temos oito teoremas provados. O que era conjectura ou virou proposição medida, ou morreu documentada.

Parte I — Axiomas (o que se postula)

A1 (Ordem). O sistema é descrito por parâmetro de ordem escalar $\Phi \in \mathbb{R}$ (regime monoagente) ou vetorial $\varepsilon \in \mathbb{R}^n$ (regime multiagente).

A2 (Potencial LIBER). A dinâmica conservativa deriva de $V(\Phi; J) = -(m^2/2)\Phi^2 + (b/4)\Phi^4 + J\Phi$, com $m^2, b > 0$ e campo externo J . Convenção de sinal: $V \supset +J\Phi$ (a força é $h = -J$). Regime padrão de simulação: $m^2 = e, b = 1 \rightarrow \Delta V = m^4/4b = 1,8473, \Phi_{\text{vac}} = 1,6487$.

A3 (Composição limitada). A composição de amplitudes é a adição de Einstein $a \oplus b = (a+b)/(1+\alpha ab)$, com horizonte $c_{\text{LIBER}} = 1/\sqrt{\alpha} = 4,612656$. **$\alpha = 0,047$ é fenomenológico** — calibrado, não derivado. Este é o único axioma com estatuto empírico, e carrega a marca em todo documento do projeto.

A4 (Rapidez). Existe coordenada $\tau(a) = \text{artanh}(\sqrt{\alpha} \cdot a)/\sqrt{\alpha}$ na qual $\oplus$ é aditiva: $\tau(a \oplus b) = \tau(a) + \tau(b)$. (Postulado de existência da coordenada "oca" — o espaço linear escondido sob o operador.)

A5 (Métrica). O espaço de estados carrega a métrica conforme $ds^2 = da^2/(1-\alpha a^2)^2$. Equivalentemente: é a métrica de Ruppeiner da entropia $S(x) = \ln(2 \cosh x) - x \cdot \tanh x$.

A6 (Dinâmica). Fora do equilíbrio, o sistema obedece Langevin superamortecido $d\Phi = -V'(\Phi; J)dt + \sqrt{(2T)}dW$, com T nível de ruído em unidades de ΔV . Integração: Euler-Maruyama, teto $6 \cdot \Phi_{\text{vac}}$, sementes fixas declaradas.

Parte II — Teoremas (o que está provado)

T1 (Supermodularidade). No regime multiagente, a Hessiana é exata: $H_{ij} = \mu_0^2(\delta_{ij} + 2\varepsilon_i \varepsilon_j) \cdot e^{(\varepsilon^2) \cdot \Phi^2}$, e a supermodularidade vale no ortante $\varepsilon_i \geq 0$. Prova: derivação exata (kernel_liber.md). Domínio declarado: fora do ortante, não se afirma.

T2 (Isometria da composição). $d(a \oplus u, b \oplus u) = d(a, b)$ na métrica A5. Prova: escrito nº 1.

T3 (Curvatura constante). $K = -4\alpha = -0,188$ em todo o espaço de rapidez. Prova: escrito nº 1. (O achado principal: a geometria hiperbólica disfarçada sob o $\oplus$.)

T4 (Ruppeiner = rapidez). $d^2S/dm^2 = -1/(1-m^2) \rightarrow$ a distância termodinâmica de Ruppeiner é a distância de rapidez. Prova: escrito nº 1. O espaço linear do A4 é o espaço natural da termodinâmica do modelo.

T5 (Teorema E — θ = Área). O déficit angular do triângulo $(0, a, a \oplus b)$ é exatamente a área hiperbólica enclausurada — razão medida 1,0000. Prova: escrito nº 2. Composição = transporte paralelo = área: três nomes para um objeto.

T6 (Teorema F — cúspide de Landau). A fronteira de estabilidade é a cúspide; espinodal $J_{sp} = 2m^3/(3\sqrt{3}\cdot\sqrt{b})$; não há ponto crítico com $\xi_R = 0$ (exige $\xi_R \geq \mu_0^2/2$); expoente saddle-node 1/2 (medido 0,5009); o sistema está "sempre condensado". Prova analítica + medida: escrito nº 2.

T7 (FDT de equilíbrio). $\chi = \langle \delta\Phi^2 \rangle / T$ é identidade exata — decorre da distribuição de Gibbs, vale para qualquer V. O que é aproximação (e tem janela declarada) são as formas harmônicas $\langle \delta\Phi^2 \rangle = T/(2m^2)$, $\chi = 1/(2m^2)$. Verificação: escrito nº 5, 6–7% na janela $T \leq 0,1$.

T8 (Seleção erode a entropia). Sob campo, a entropia de seleção cai de $\ln 2$ (simetria) a 0 (escolha). Prova: escrito nº 3.

Parte III — Corolários (consequências diretas)

C1 (de T6 + A6). Memória em $J = 0$: os estados $\pm\Phi_{vac}$ são ambos estáveis; o sistema registra a direção por onde entrou. Medido: $-7,42/+7,42$ (escrito nº 3).

C2 (de T6 + A6). A área do laço de histerese é o trabalho dissipado por ciclo, $W_{diss} = \oint \Phi dJ$, e satura em valor finito quando $T \rightarrow 0$. Medido: 12,67–13,3 conforme protocolo (escritos nº 3–5).

C3 (de T3 + A6, via Itô). A difusão no espaço de rapidez é dependente de posição: $D_\tau(a) = T/(1-\alpha a^2)^2$. Medido a 1–2% em 12 bins, $\sim 4,7 \times 10^6$ incrementos (escrito nº 5).

C4 (de T6 + A6). Orçamento térmico da memória: intacta até $T \approx \Delta V/6$; fração com memória $\approx 50\%$ quando $T \approx \Delta V$. Medido por duas baterias independentes (escritos nº 4 e 5).

C5 (de C3). Amplificação de ruído junto ao horizonte: $\sim 11,6\times$ em $|a| = 0,9 \cdot c_{LIBER}$ vs o centro. A geometria concentra flutuação onde a composição satura.

Parte IV — Proposições medidas (verificação numérica, não prova)

#	Afirmção	Número	Tolerância	Fonte
P1	Lei de Arrhenius no potencial LIBER	barreira 1,977 vs 1,847 analítica	7%	nº 4
P2	FDT na janela harmônica	razões 1,061–1,072	$\sim 7\%$	nº 5
P3	D_τ geométrica bin a bin	razões 0,98–1,03	2%	nº 5
P4	Saturação de W_{diss} em $T \rightarrow 0$	13,3 (12,67 no protocolo nº 4)	$\sim 5\%$	nº 3–5
P5	Crossover de memória em $T \approx \Delta V$	fração 1,00 $\rightarrow$ 0,58	—	nº 4–5

Parte V — Conjecturas refutadas (registradas, não apagadas)

R1. *Máximo interior de $\Sigma(T) = W_{diss}/T$* — conjecturado no plano do nº 5; **refutado:** Σ é monotonicamente decrescente em $T \in [0,001; 1,5]$. A área nunca cai mais devagar que T. Morte documentada na seção 4(iii) do nº 5.

Parte VI — Problemas abertos (o que NÃO se afirma)

O1. Investigação exaustiva do achado hiperbólico no restante do corpus — agendada por decisão do autor (NOTA_achado_principal_geometria_hiperbolica.md). **O2.** Entropia toroidal (linha do item 6, anotada a pedido do autor). **O3.** D_τ com o potencial LIBER completo (medida do nº 5 foi em passeio livre). **O4.** Dinâmica multiagente ε com giro acoplado — objeto do simulador; a supermodularidade (T1) é estática provada, a dinâmica é território novo.

Parte VII — Regra de herança para o simulador

1. A engine pode usar **livremente:** A1-A6, T1-T8, C1-C5.
2. A engine deve **declarar tolerância** ao usar: P1-P5.
3. A engine **não pode** usar: R1 (morta); O1-O4 (abertas).
4. Todo resultado do simulador fora do domínio declarado (ortante de T1, janela de T7, $T \square \Delta V$ de C4) é **exploração, não afirmação**.
5. α permanece fenomenológico em toda a cadeia — qualquer componente que "derive" α está errado por construção.

Reprodutibilidade: cada linha aponta seu escrito e script. Suíte philiber v1.4.0: 85 testes verdes — a formalização executável deste documento.